

GPS: a antiga matemática na atual tecnologia

Jiulliana Gonçalves Maciel¹
Tamiris de Aguiar Rios¹
Darlan da Silva Godinho²

Resumo: Neste artigo temos como propósito analisar o sistema GPS e as suas relações com a matemática, sua origem e desenvolvimento, suas aplicações para o uso dos governos e das populações em geral, de explorarmos conceitos e procedimentos matemáticos para o cálculo de distâncias e posicionamentos de pontos no plano e no espaço, ressaltando a importância da fundamentação matemática para o sucesso deste sistema, bem como, o conjunto de recursos matemáticos utilizados na sua estrutura de funcionamento. Ainda, será apresentada uma visão histórica da matemática, das contribuições de René Descartes, que a partir dos seus estudos relativos à representação geométrica de pontos no plano e no espaço, o sistema cartesiano, muito colaborou para o desenvolvimento do sistema GPS.

Palavras- chave: Sistema GPS. Coordenadas cartesianas. Posicionamento global.

Abstract: In this article, our purpose is to analyze the GPS and its relations with the math, its structure, its applications for the use of governments and populations in general, the concepts and mathematical procedures for calculating distances and positions of points in space, emphasizing the importance of the mathematical foundation for the operation of GPS. Is also presented in this text, a historical overview of mathematics, the contribution of Descartes that from their studies on the geometric representation of points in the plane and in Cartesian space, contributed greatly to the development of GPS.

Keywords: GPS. Cartesian plane. Geographical coordinates.

Introdução

Este estudo trata da fundamentação matemática do GPS e ainda da estrutura de funcionamento deste sistema que se tornou tão útil para a sociedade. Têm o objetivo de mostrar como os recursos matemáticos são utilizados neste sistema, e também a importância das descobertas matemáticas, e suas contribuições para o desenvolvimento deste importante recurso tecnológico, utilizado em grande escala no mundo atual para localização de coordenadas geográficas planas e espaciais.

A elaboração deste artigo está amparada no conteúdo de diversos textos, livros, monografias e artigos científicos que abordam o assunto de forma direta ou indireta. Este artigo busca analisar a partir de consultas de caráter bibliográfico, o elenco de recursos matemáticos que estão presentes, de maneira implícita ou explícita, no funcionamento do sistema GPS, e como esses recursos estão relacionados com

¹ Acadêmicas do Curso de Licenciatura em Matemática – FACOS.

² Professor orientador.

este conhecido instrumento tecnológico que está em evidência no século XXI, e que têm se mostrado muito útil para a sociedade de maneira geral como ferramenta de localização e mapeamento de pontos e coordenadas geográficas. Este trabalho foi desenvolvido inicialmente, a partir da leitura do livro “O Caderno Secreto de Descartes”, que logo em sua introdução cita as coordenadas cartesianas. Um tema matemático estudado e apresentado à comunidade científica, por René Descartes, sendo considerado como um dos nobres conhecimentos matemáticos e de fundamental importância no projeto de criação do GPS. Ao longo deste texto, também apresentamos uma parte da vida e das contribuições matemáticas deixadas, como herança científica, por René Descartes.

Sistemas de posicionamento global

O GPS - **G**lobal **P**ositioning **S**ystem tem como tradução: sistema de posicionamento global, e é formado por uma constelação de vinte e quatro satélites, orbitando em volta da terra a uma altura aproximada de 20.200 km acima do nível do mar.

Como o nome sugere, o GPS é um sistema de abrangência global. Esse sistema tem facilitado todas as atividades que necessitam de posicionamento, fazendo que algumas concepções antigas pudessem ser postas em prática. Um exemplo claro disso, é o que vem ocorrendo com o desenvolvimento da agricultura de precisão, um conceito estabelecido por volta de 1929, que só agora tem sido posto em prática, graças à integração de várias geotecnologias, dentre elas o GPS (Monico *apud* Stafford, 1996.2000, p.2)

Os satélites que compõem este sistema percorrem uma órbita completa a cada 12 horas e cada satélite tem 28° de visualização sobre a Terra, os planos orbitais são inclinados 55° em relação ao Equador e o período orbital é de aproximadamente 12 horas siderais. Dessa forma, a posição dos satélites se repete, a cada dia, 4 minutos antes que a do dia anterior. Isso assegura que todo ponto da superfície terrestre, em qualquer instante esteja visualizado pelo menos por quatro satélites, mas existem várias áreas da Terra que são, por alguns momentos, visualizadas simultaneamente por até dez satélites.

Existem atualmente dois sistemas de posicionamento por satélite em funcionamento, efetivamente implantados: o **GPS**, americano, e o **Glonass**, russo; também existem mais dois em implantação: o **Galileo**, europeu, e o **Compass**, chinês, todos estes

sistemas seguem os mesmos princípios matemáticos, a diferença é que o **Galileo** não tem origem militar.

Além de informar a latitude e longitude, o receptor (termo genérico para qualquer circuito eletrônico responsável por receber ou captar um sinal externo que passará por um conversor que o transformará em um sinal útil) poderá receber diversos dados que podem ser geográficos ou topográficos, e de acordo com a configuração pode ainda fornecer informações como: o nome de ruas, avenidas e edificações. Os receptores são classificados em geodésicos, topográficos ou de navegação.

Os receptores geodésicos e topográficos têm funcionamento semelhante e possuem grande precisão, mas não informam a posição instantânea. Os receptores de navegação não possuem muita precisão, mas são os mais utilizados devido ao menor custo para aquisição e maior variedade de modelos como: relógios, celulares, computadores de mão, notebooks, rastreadores de veículos, entre outros.

O sistema GPS

O projeto do GPS foi iniciado em 1973 pelo departamento de defesa dos Estados Unidos da América com o propósito de que as aeronaves e os navios militares pudessem determinar em qualquer circunstância de tempo a sua posição exata. Seu projeto de desenvolvimento custou cerca de 10 bilhões de dólares. Outras necessidades militares, além das mencionadas acima, foram também motivações para a realização de tal projeto, sua utilização em operações militares, como recurso tecnológico para o lançamento de mísseis e também para a localização de tropas terrestres em movimento. Os projetistas do GPS também o planejaram para uso civil, porém com menor precisão que para o uso em operações militares.

Em 1973, um grupo de trabalho da Força Aérea dos Estados Unidos e cientistas civis do Pentágono iniciaram os estudos para o desenvolvimento de um sistema de auxílio à navegação que fosse de abrangência global, de forma a prover todas as forças armadas dos Estados Unidos de um mesmo padrão, capaz de integrar insuperável facilidade de uso com elevadas vantagens operacionais e estratégicas. Lançaram-se então os fundamentos do **Defense Navigation Satellite System**, que veio a se tornar o **NAVSTAR GPS** – o mais abrangente, preciso, versátil e fácil sistema de navegação jamais pensado ou sonhado em meios militares e civis. Uma revolução tão acachapante que praticamente liquidou a questão da diversidade de sistemas e das restrições de cada um deles. (Friedmann, 2003, p.204)

Com o final da guerra fria, o sistema GPS passou a ter uma precisão muito maior para o usuário civil, disponibilizando a ele a mesma precisão que só então, os militares tinham. Atualmente, a precisão é tanta, que com o auxílio do piloto automático e do GPS, uma aeronave civil é capaz de percorrer distâncias transatlânticas e pousar sem a interferência do piloto com um erro de apenas alguns centímetros em relação ao eixo da pista.

Elementos estruturais do GPS

O sistema NAVSTAR (“**N**avigation **S**atellite **T**iming and **R**anging”- aferição de tempo e localização por satélite de navegação), nome oficial dado pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos (USA) ao sistema GPS, é formado por diversos segmentos: um segmento espacial (os satélites), um segmento de controle (as estações terrestres de gerenciamento) e um segmento do usuário (os aparelhos receptores). O sistema GPS disponibiliza ao usuário dois tipos de serviços, o SPS (**Standard Positioning Service**), que é um serviço de posicionamento e tempo padrão e está disponível a todos os usuários do planeta, sem cobrança de qualquer taxa, e o PPS (**Precise Positioning Service**) serviço de posicionamento preciso, que proporciona melhores resultados (para distâncias de 1 a 20 m), mas é restrito ao uso militar e a usuários autorizados. Quanto a estrutura de constituição dos segmentos temos:

O Segmento espacial é constituído por 24 satélites em operação e três satélites de reserva, cada um pesa em média 1.600Kg, movidos à luz solar e distribuídos em seis órbitas pré-determinadas. Demoram 11 horas e 58 minutos para percorrer uma órbita completa. Na concepção original, quatro tipos de satélites fizeram parte do projeto NAVSTAR-GPS, eles são denominados satélites do Bloco I, II, IIA e IIR. Os satélites do bloco I foram protótipos, e todos os satélites do bloco II foram lançados, o bloco II e IIA (onde IIA refere-se a um satélite avançado) são formados por 28 satélites, todos do modo operacional planejados para dar suporte à no mínimo 24 outros satélites em órbita. Os satélites do bloco IIA possuem comunicação recíproca e capacidade de armazenamento de até 180 dias enquanto os do bloco II armazenam dados de informação por apenas 14 dias, o primeiro satélite deste bloco pesava 1.500 Kg e teve um custo de 50 milhões de dólares.

O sistema foi declarado operacional em 27 de Abril de 1995, e à medida que tornou-se necessário, os satélites dos blocos I e IIA foram substituídos pelos satélites do bloco IIR (onde IIR refere-se ao abastecimento) que são a terceira geração de satélites, o peso de cada um deles é superior a 2.000 Kg e tem custo aproximado de 25 milhões de dólares. Possuem duas características diferentes em relação aos satélites anteriores, que é a capacidade de medir a distância entre eles e a de calcular efemérides (tabela que fornece, em intervalos de tempo regularmente espaçados, as coordenadas que definem a posição de um astro) no próprio satélite, além de transmitir estas informações a outros satélites e para o sistema de controle na terra.

A quarta geração de satélites, a qual substituirá os do Bloco IIR, denominam-se Bloco IIF (onde "IIF" refere-se à continuação), composta por 33 satélites que deverão incorporar a modernização do sistema GPS.

Segmento de controle: Constituído pelas estações terrestres, sendo uma estação principal, situada no Colorado (MCS - Master Control Station) e mais cinco espalhadas pelo planeta, suas principais tarefas são: Monitorar e controlar continuamente o sistema de satélites; Determinar o sistema de tempo GPS; Predizer as efemérides dos satélites, calcular as correções dos relógios dos satélites; e também atualizar periodicamente as mensagens de navegação de cada satélite.

A função básica destas estações é monitorar os sinais provenientes de todos os satélites, computando dados orbitais precisos e correções de tempo para cada satélite em separado, de forma a garantir a coerência e sincronismo dos sinais emitidos pela totalidade do segmento espacial. (Friedmann, 2003, p.207)

A distribuição geográfica das estações monitoras, somente ao longo do Equador atende aos requisitos de navegação e ainda atende a várias outras aplicações, mas não satisfaz a determinação de órbitas altamente precisas, isso em razão do reduzido número de estações, tornando a geometria pouco eficiente.

Segmento do usuário: é um aparelho receptor usado para receber e converter o sinal GPS em posição, velocidade e tempo, inclui ainda todos os elementos

necessários nesse processo, como as antenas e softwares de processamento, este segmento pode ser dividido entre civil e militar.

O segmento do usuário consiste no conjunto de todos os receptores GPS que recebem e processam os sinais recebidos pelo segmento espacial com a finalidade básica de calcular posições [...] antes de poder calcular posições com precisão, um receptor GPS primeiramente recebe um “almanaque” de informações que descreve a posição atual de cada satélite. Uma vez obtidas estas informações, o receptor está apto a calcular posições a partir das informações dos satélites “visíveis”. Na maioria dos receptores as informações são atualizadas a cada um segundo (segundo como unidade de tempo). (Friedmann, 2003, p. 208)

Atualmente, há uma grande quantidade de receptores no mercado civil, para as mais diversas aplicações, limitadas apenas pela imaginação dos usuários, o que demonstra que o sistema GPS realmente atingiu sua maior maturidade.

Determinação de posições pelo GPS

Contribuições matemáticas de René Descartes

O filósofo, matemático e físico René Descartes (1596-1650) foi um grande estudioso, que passou por várias regiões da Europa como Holanda, Alemanha, Países baixos e França, com o objetivo de estudar e assim ampliar seus conhecimentos. Nessa jornada, na busca por novos conhecimentos Descartes percorreu a seguinte trajetória no tempo, estudou de 1604 a 1614 no colégio jesuíta de La Fleche, na França, onde obtinha privilégios, pois tinha uma saúde debilitada, o que o autorizava a participar das aulas somente após o horário de almoço. Nesse período, teve a possibilidade de adquirir um excelente nível de conhecimentos, o que lhe auxiliaria, mais futuramente, em suas descobertas matemáticas. Após ter sido graduado em Direito, em 1616, pela Universidade de Poitiers, também na França, permanece estudando, e assim ingressa em diversos cursos ou atividades que o levaram a ampliar seu nível de conhecimentos. Entrou no exército em 1619, e nesse período teve alguns sonhos, que foram interpretados por ele, como respostas aos seus próprios questionamentos e impulsionado por tais interpretações e por seus desejos, decidiu-se a prosseguir os estudos e abandonar a carreira militar. Nessa busca contínua por novos conhecimentos, René Descartes relacionou-se com vários matemáticos e intelectuais que acabaram por influenciá-lo cientificamente, tais

como: Platão, Pitágoras, Aristóteles, Sexto Empírico, Pirro, Agostinho, Aquino, Anselmo, Ockham, Francisco Sanches, Suárez, Scotus, Mersenne e Montaigne.

Descartes poderia ter sido membro atuante da Rosa-Cruz que era uma sociedade mística secreta de estudiosos e reformadores fundada na Alemanha na primeira parte do século XVII:

Mas apesar de todos os seus esforços e das indagações que fez a todos que conhecia, Descartes não conseguiu encontrar uma só pessoa que se confessasse membro da fraternidade rosa-cruz, ou sobre qual pairasse sequer a suspeita de a ela pertencer. Ao que tudo indica, não tinha a menor ideia de que não só conheceria um dos mais proeminentes matemáticos associados à ordem Rosa-Cruz, como se tornara amigo dele, tratava-se de Johann Faulhaber. (ACZEL, 2005, p.72)

Descartes, que nessa época usava diversos pseudônimos tinha um deles que para nós matemáticos era especial “Cartellius”, pois a partir deste pseudônimo passamos a entender o motivo do nome atribuído a base de nosso estudo matemático, o “sistema cartesiano”, que teve origem nos conhecimentos produzidos por Descartes. É sabido que os estudos de Descartes foram muito além do sistema cartesiano, porém neste artigo, este é o tema da matemática que mais nos interessa, pois este é o tema que está diretamente relacionado com os recursos matemáticos utilizados para o desenvolvimento do sistema GPS. Não podemos deixar de citar que Descartes ficou conhecido como o “pai da álgebra moderna”, e também como o “pai da filosofia moderna”, pois grande parte de seus estudos, realizados por volta de 1637, foram voltados à álgebra.

Localização de coordenadas pelo GPS

O princípio básico de navegação pelo sistema GPS, segundo Monico, consiste na obtenção das medidas de distâncias entre o usuário e os quatro satélites. Conhecendo-se as coordenadas dos satélites num sistema de referências apropriado, é possível calcular as coordenadas da antena do usuário no mesmo sistema de referência dos satélites. Do ponto de vista geométrico, apenas três distâncias, desde que não pertencentes ao mesmo plano, seriam suficientes para a determinação dessas coordenadas. Nesse caso, o problema se reduziria à solução de um sistema de três equações, a três incógnitas. A quarta medida é necessária

em razão do não sincronismo entre os relógios dos satélites e do usuário, adicionando uma incógnita ao problema.

As principais características do GPS que permitem a determinação da posição de um receptor em qualquer instante de tempo são as seguintes: a Organização da órbita dos satélites, os sinais gerados pelos satélites, a identificação da localização de um satélite no espaço, a medida da distância de um receptor a um satélite, a determinação da posição de um receptor e a transformação de dados em localização geográfica por parte do receptor.

Todos os satélites são controlados pelas estações terrestres de gerenciamento. Existe uma “estação master”, localizada no Colorado (Estados Unidos da América), que com o auxílio de cinco estações de gerenciamento espalhadas pelo planeta, monitoram o desempenho total do sistema, corrigindo as posições dos satélites e reprogramando o sistema com o padrão necessário. Após o processamento de todos esses dados, as correções e sinais de controle são transmitidos de volta para os satélites.

Sistema de coordenadas cartesianas no espaço

O sistema de coordenadas cartesianas no espaço é formado por três eixos: ox , oy e oz de mesma origem o e perpendiculares entre si, onde cada par de eixos define um plano coordenado, e têm-se então, três planos coordenados, os planos oxy , oyz e oxz .

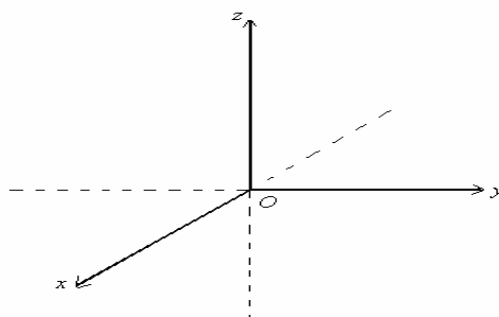


Imagem 1: Sistema de coordenadas cartesianas no espaço
Fonte: Artigo: A matemática e o GPS: coordenadas geográficas

Dado um sistema de coordenadas cartesianas no espaço, temos que a cada ponto do espaço está associada uma terna ordenada composta por três números (x, y, z) , obtidos da seguinte maneira:

- Por P traça-se uma reta paralela ao eixo oz .
- A interseção dessa reta com o plano oxy é o ponto P' .
- As coordenadas de P' (x, y) no plano oxy são as duas primeiras coordenadas de P .
- A terceira coordenada de P é igual ao comprimento do segmento PP' , com sinal positivo se P estiver acima do plano oxy e com sinal negativo se P estiver abaixo do plano oxy .

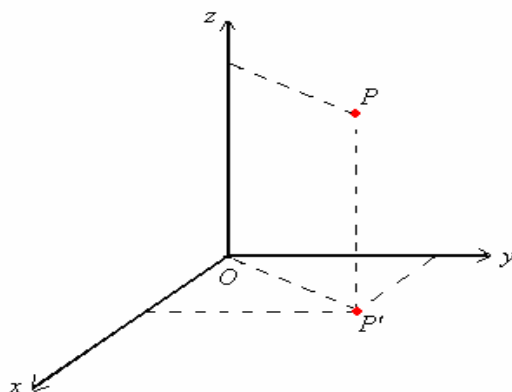


Imagem 2: Coordenadas

Fonte: Artigo: A matemática e o GPS: coordenadas geográficas

Sistema de coordenadas geocêntrico

O sistema cartesiano tridimensional geocêntrico, de coordenadas (x, y, z) possui as seguintes propriedades: é um sistema ortogonal de coordenadas cartesianas com origem o no centro da Terra, o eixo oz positivo apontando na direção do Pólo Norte, o plano oxy coincidente com o plano do equador da Terra, o eixo ox positivo corta o meridiano de Greenwich e o eixo oy positivo corta o meridiano de longitude $90^{\circ}L$. Assim temos:

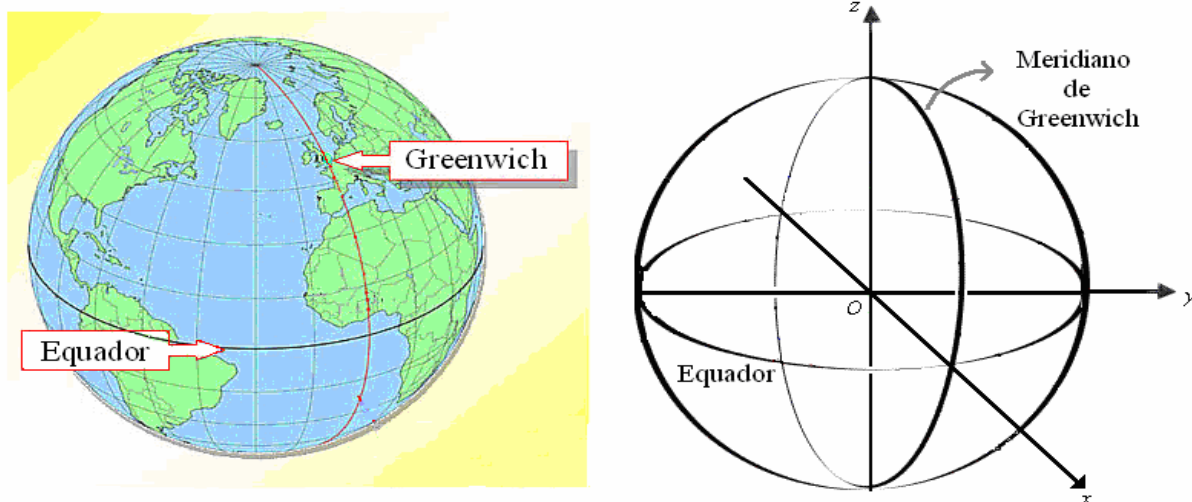


Imagem 3: Sistema de coordenadas geocêntrico
Fonte: Artigo: A matemática e o GPS: coordenadas geográficas

Fixado esse sistema de coordenadas, a cada ponto P do espaço pode-se associar coordenadas (x, y, z) . Esse sistema é o sistema utilizado pelo GPS para localizar as coordenadas cartesianas de um receptor e depois transformá-las nas coordenadas geográficas latitude, longitude e altitude. As coordenadas cartesianas de um ponto $P = (x, y, z)$ no espaço podem ser transformadas em coordenadas geográficas: **latitude, longitude e altitude**. Na figura a seguir, o ângulo θ representa a latitude e o ângulo φ representa a longitude de um ponto P .

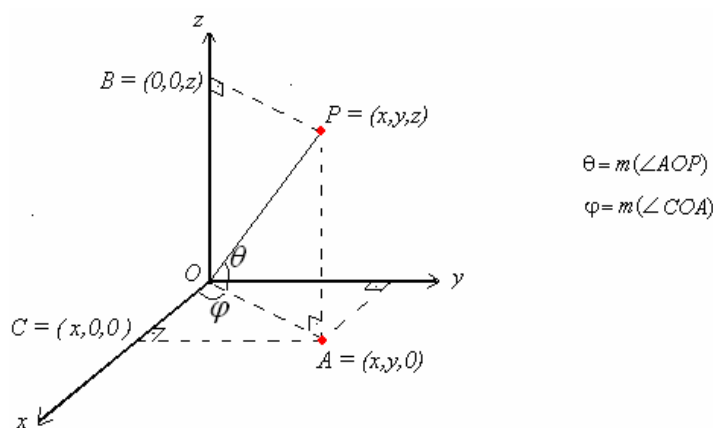


Imagem 4: Latitude e longitude
Fonte: Artigo: A matemática e o GPS: coordenadas geográficas

Pelo processamento contínuo de sua posição, pode-se também determinar a velocidade e a direção do deslocamento de um receptor. A relação entre as coordenadas cartesianas e geográficas de um ponto P , são dadas pelas seguintes expressões:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Onde ρ determina a distância de P a origem do sistema cartesiano e as coordenadas x, y e z são dadas por:

$$\begin{aligned}x &= \rho \cos \varphi \cos \theta \\y &= \rho \operatorname{sen} \varphi \cos \theta \\z &= \rho \operatorname{sen} \theta ,\end{aligned}$$

Se o Globo terrestre é considerado como uma esfera de centro o e raio R então a medida definida pela diferença “ $\rho - R$ ” é chamada de elevação ou altitude de P . A respeito das coordenadas geográficas, latitude e longitude usaremos as seguintes definições:

- O ângulo de latitude θ está definido entre 0° e 90° .

Os pontos $P = (x, y, z)$ com $z > 0$ possuem latitude norte, e com $z < 0$ possuem latitude sul.

- O ângulo de longitude φ está definido entre 0° e 180° .

Os pontos $P = (x, y, z)$ com $y > 0$ possuem longitude leste, e com $y < 0$ possuem longitude oeste.

A partir dessas relações apresentadas, destacamos o fundamental papel dos conceitos matemáticos no processo de localização de coordenadas geográficas pelo sistema de posicionamento global GPS.

Aplicações do sistema GPS

São inúmeras as aplicações do sistema GPS, além de sua aplicação na aviação e na navegação marítima, também é usado em diversas outras áreas profissionais, como por exemplo, para os guardas florestais que o utilizam em trabalhos de prospecção e exploração de recursos naturais, também, se tornou muito popular entre outros profissionais como: geólogos, arqueólogos, bombeiros, ciclistas, balonistas, pescadores, ecoturistas e aventureiros que querem apenas orientação durante as viagens e ainda tem auxiliado agricultores com a aplicação da agricultura de precisão. Também auxiliam no monitoramento de abalos sísmicos, pois estes

abalos são precedidos por alterações no campo gravitacional que distorcem as ondas de rádio, permitindo, através do **GPS**, prever a ocorrência de um terremoto com algumas horas de antecedência. No uso militar é utilizado em coordenadas de ataque, orientação e controle para mísseis balísticos, marcação para artilharia, bombardeio de aeronaves, defesa aérea, rastreamento de submarinos, localização de minas e radares inimigos, atos terroristas, etc.

Na meteorologia o GPS gera informações para previsão, estudo do clima e outros campos de pesquisa relacionados. O serviço de localização para resgate usa o **GPS** para guiar helicópteros de socorro até o lugar do acidente. Na segurança faz monitoramento de trens, caminhões de carga ou qualquer veículo automotor. Na aplicação industrial, áreas infectadas por pestes são identificadas por fotografias aéreas e, com uso do **GPS**, um trator pode ser guiado para aplicação de pesticidas.



Imagem 5:GPS com Bússola e altímetro integrado GPS utilizado em um carro
Fonte: Wikipédia (http://pt.wikipedia.org/wiki/Sistema_de_posicionamento_global)

Considerações finais

Este estudo mostrou a importância do GPS para a sociedade, a sua estrutura de funcionamento e as aplicações deste recurso tecnológico que muito tem auxiliado na solução de problemas em inúmeras áreas profissionais, e também mostrou que os recursos matemáticos são imprescindíveis para o desenvolvimento deste sistema.

Os conhecimentos matemáticos relacionados ao sistema GPS podem ser aplicados ao ensino, com o objetivo de mostrar a importância da matemática no contexto científico e para o desenvolvimento da sociedade, portanto pode ser apresentado aos estudantes do ensino fundamental e médio, para que possam compreender a

importância da matemática no auxílio ao desenvolvimento da tecnologia, também para os acadêmicos das mais diversas áreas do conhecimento, para que utilizem este estudo como uma opção para pesquisas e trabalhos científicos, e ainda para leitores em geral que utilizam esta tecnologia mas não sabem como ela funciona. Para professores tanto do ensino fundamental, médio e superior, este conhecimento é importante, pois o GPS abrange muitos conceitos matemáticos necessários para a formação do estudante, como os conhecimentos matemáticos de álgebra linear, geometria analítica e álgebra moderna. O professor pode usar este trabalho para dar significado aos conteúdos matemáticos que deverão ser ensinados aos estudantes, com o objetivo de motivar e despertar o interesse pela matemática.

Explorar a origem dos conhecimentos envolvidos neste problema, os relativos a história da matemática e a origem do sistema GPS, valorizam a produção do conhecimento científico e mostram as contribuições matemáticas para o desenvolvimento da ciência e conseqüentemente para expansão da tecnologia atual.

Referências

ACZEL, A.M. **O caderno secreto de descartes**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2007.

ALVES, S. **A matemática do GPS**. São Paulo, USP. Disponível em: www.rpm.org.br/conheca/gps.pdf. Acesso em: 03/06/2012.

CHAMONE, L.C. **A matemática e o GPS: coordenadas geográficas**. Minas Gerais, UFMG. Disponível em: www.mat.ufmg.br/~sonia/textop/gpsgeometriaesferica.ppt. Acesso em: 03/06/2012.

FRIEDMANN, R.M.P. **Fundamentos de orientação, cartografia e navegação terrestre**. Paraná: Cefet, 2003.

MADJAROF, Rosana. **A Filosofia de Descartes**. Disponível em: <http://www.mundodosfilosofos.com.br/descartes.htm#ixzz1fOqBVokN>. Acesso em: 30/06/2012.

MONICO, J.F.G. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS descrição, fundamentos e aplicações**. 1. ed. Presidente Prudente: Editora UNESP, 2000.

SANTOS, K. E. **Lógica matemática aplicada à definição de rotas usando dispositivos GPS**. São Paulo, 2009. Disponível em: <http://sare.unianhanguera.edu.br/index.php/anuic/article/view/1672/812>. Acesso em: 30/06/2012.

TIMBÓ, M.A. **Levantamentos através do sistema GPS**. Minas Gerais: UFMG, 2000.